Modellierung nebenläufiger Systeme

Systeme, in welchen Komponenten parallel arbeiten:

1. Technische Systeme
2. Softwaresysteme
3. ...

Komponenten arbeiten teilweise

- unabhängig
- abhängig

voneinander.

Beispiel

Einfaches Programm:

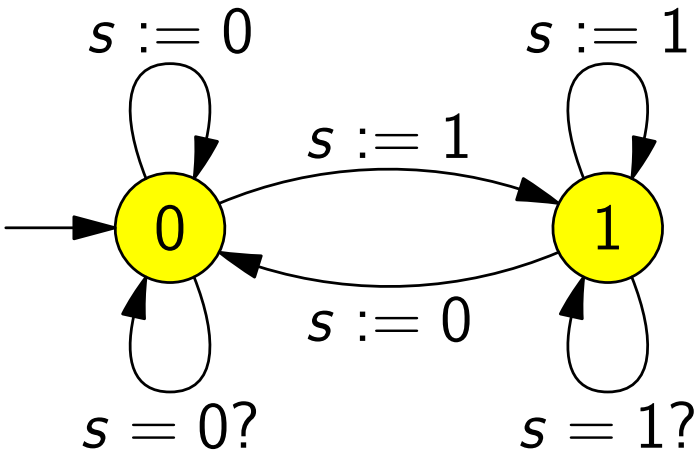
```
s := 0;
s := 1;
if (s=0) print;
else exit;
```

Zerlegen in Komponenten:

- Kontrollstruktur (welche Anweisung wird ausgeführt?)
- Inhalt der Variablen

Interaktion, falls Folgeanweisung vom Variableninhalt abhängt.

Modellierung einer boolschen Variable:

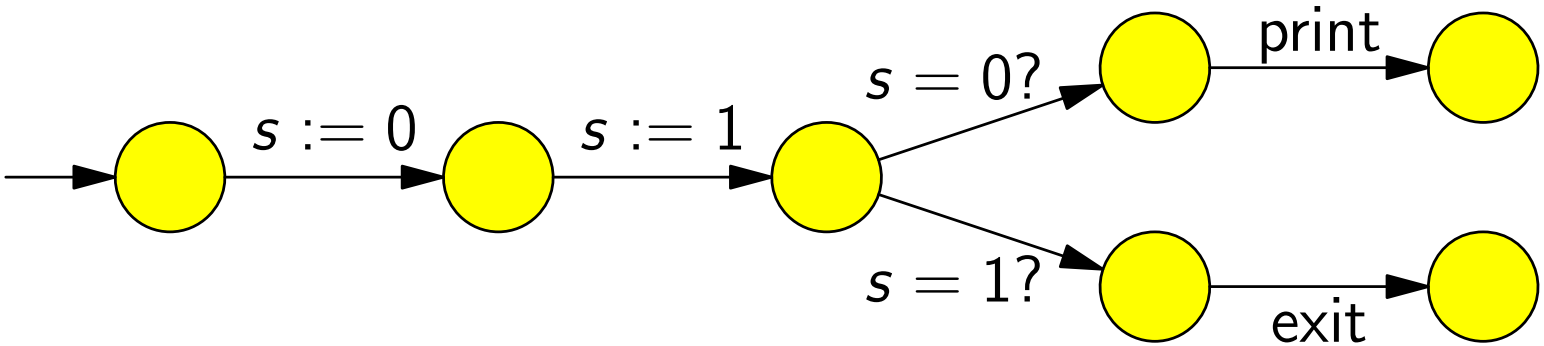


Mögliche Aktionen:

$s := 0$	Variable auf 0 setzen
$s := 1$	Variable auf 1 setzen
$s = 0?$	Variable auf 0 testen
$s = 1?$	Variable auf 1 testen

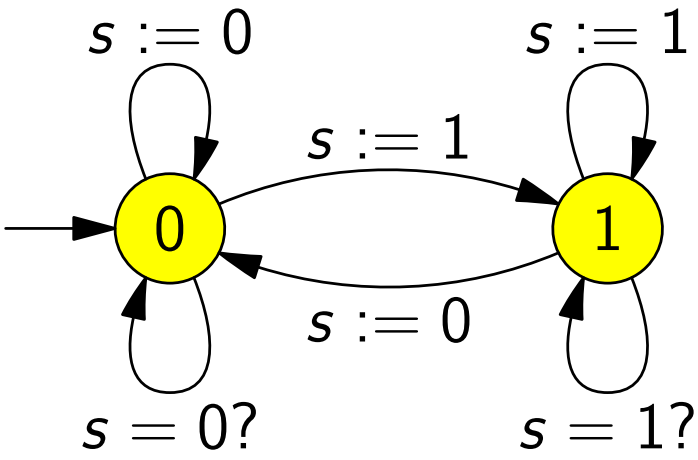
```
s := 0;
s := 1;
if (s=0) print;
else exit;
```

Modellierung der Kontrollstruktur:

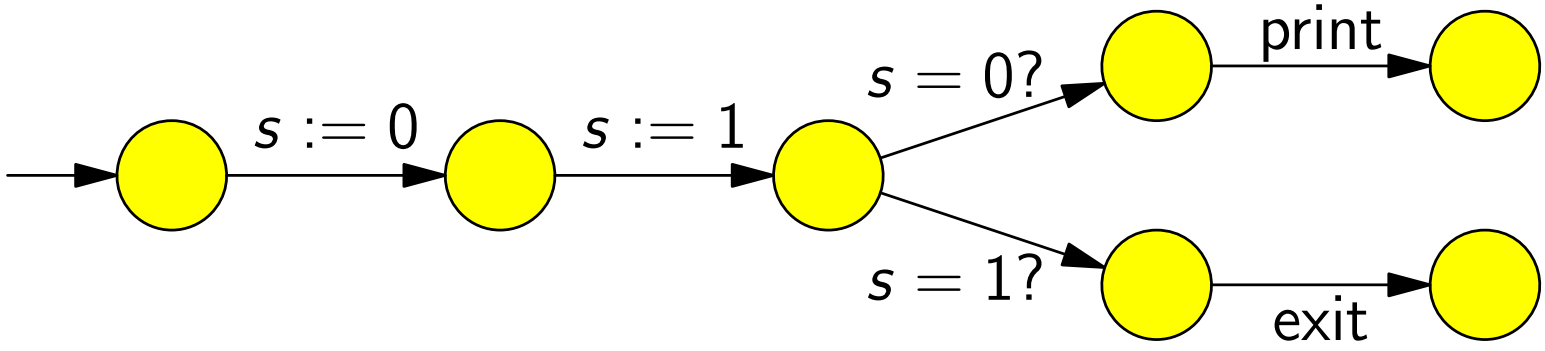


Synchronisiertes Produkt

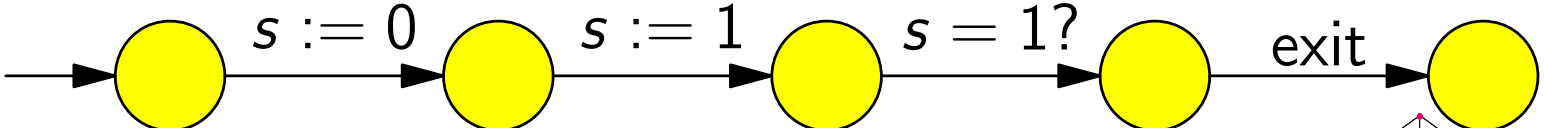
B:



K:



$B \circ K$:



Synchronisiertes Produkt

Definition

Es seien $M' = (\Sigma', Q', \delta', q_0', F')$ und $M'' = (\Sigma'', Q'', \delta'', q_0'', F'')$ zwei NFA's.

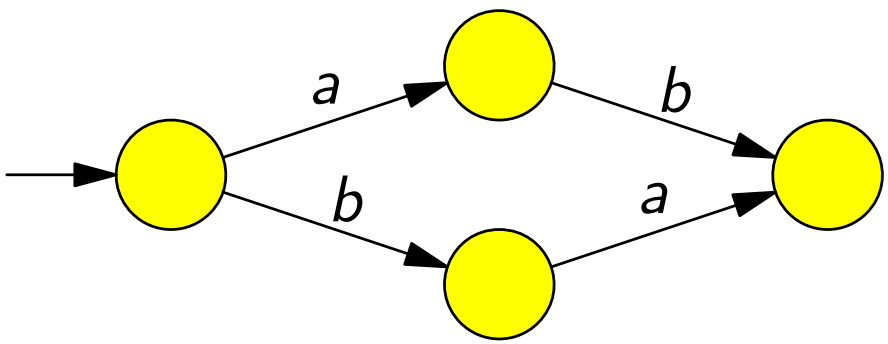
Wir definieren das *synchronisierte Produkt* $M = M' \circ M''$:

$M = (\Sigma, Q' \times Q'', \delta, (q_0', q_0''), F' \times F'')$ mit $\Sigma = \Sigma' \cup \Sigma''$ und

- $(q', p') \in \delta((q, p), a)$ falls $a \in \Sigma' \cap \Sigma''$ und $q' \in \delta'(q, a)$, $p' \in \delta''(p, a)$.
- $(q', p) \in \delta((q, p), a)$ falls $a \in \Sigma' \setminus \Sigma''$ und $q' \in \delta'(q, a)$.
- $(q, p') \in \delta((q, p), a)$ falls $a \in \Sigma'' \setminus \Sigma'$ und $p' \in \delta''(p, a)$.

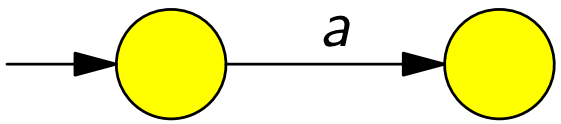
Beispiel

Was ist das synchronisierte Produkt?

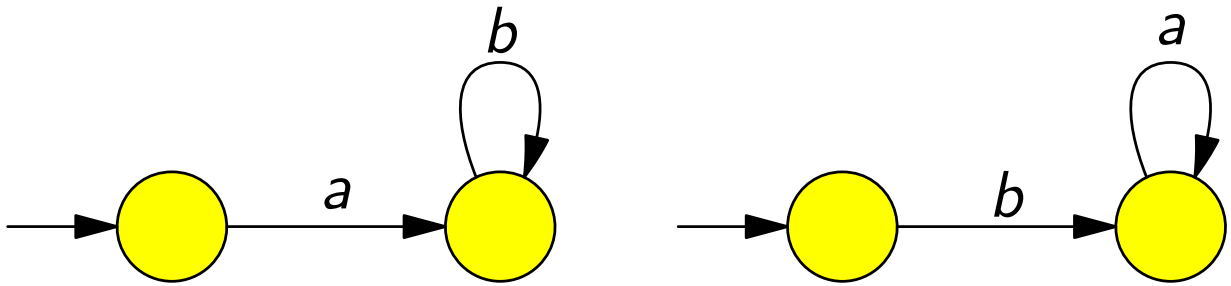


Beispiel

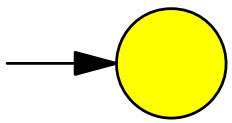
Was ist das synchronisierte Produkt?



Beispiel



Was ist das synchronisierte Produkt?



Unsynchronisiertes Produkt

Definition

Es seien $M' = (\Sigma', Q', \delta', q_0', F')$ und $M'' = (\Sigma'', Q'', \delta'', q_0'', F'')$ zwei NFA's.

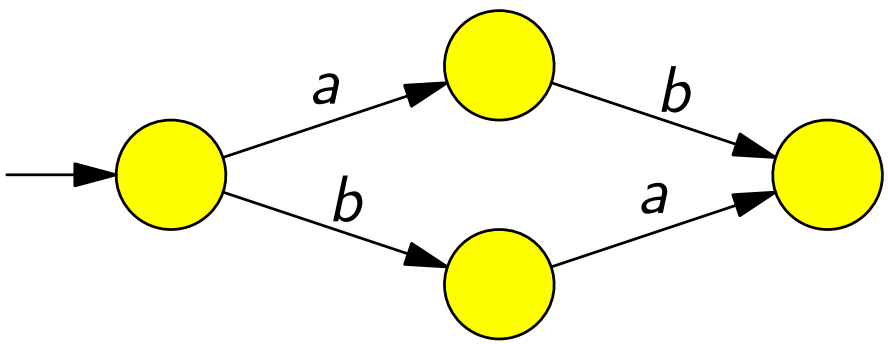
Wir definieren das *unsynchronisierte Produkt* $M = M' \sqcup M''$:

$M = (\Sigma, Q' \times Q'', \delta, (q_0', q_0''), F' \times F'')$ mit $\Sigma = \Sigma' \cup \Sigma''$ und

- $(q', p) \in \delta((q, p), a)$ falls $a \in \Sigma'$ und $q' \in \delta'(q, a)$.
- $(q, p') \in \delta((q, p), a)$ falls $a \in \Sigma''$ und $p' \in \delta''(p, a)$.

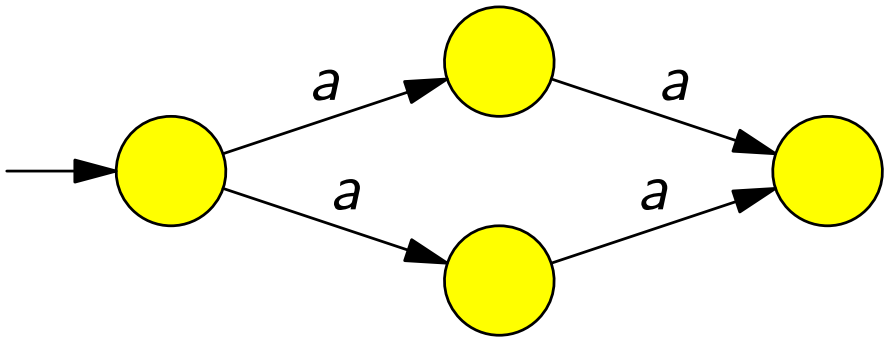
Beispiel

Was ist das unsynchronisierte Produkt?

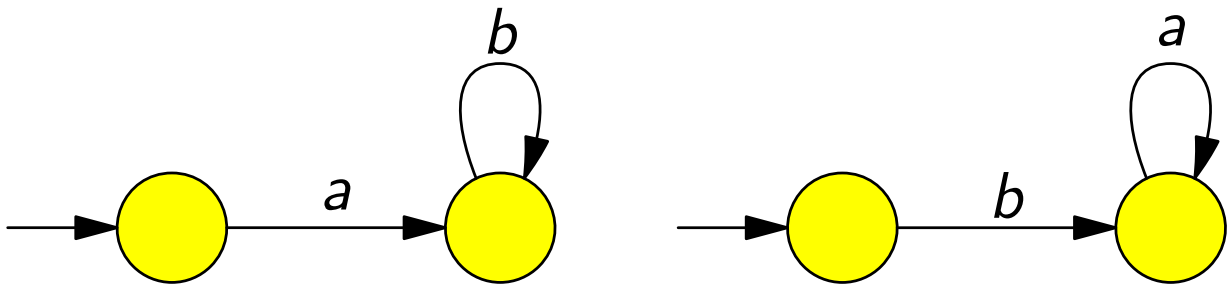


Beispiel

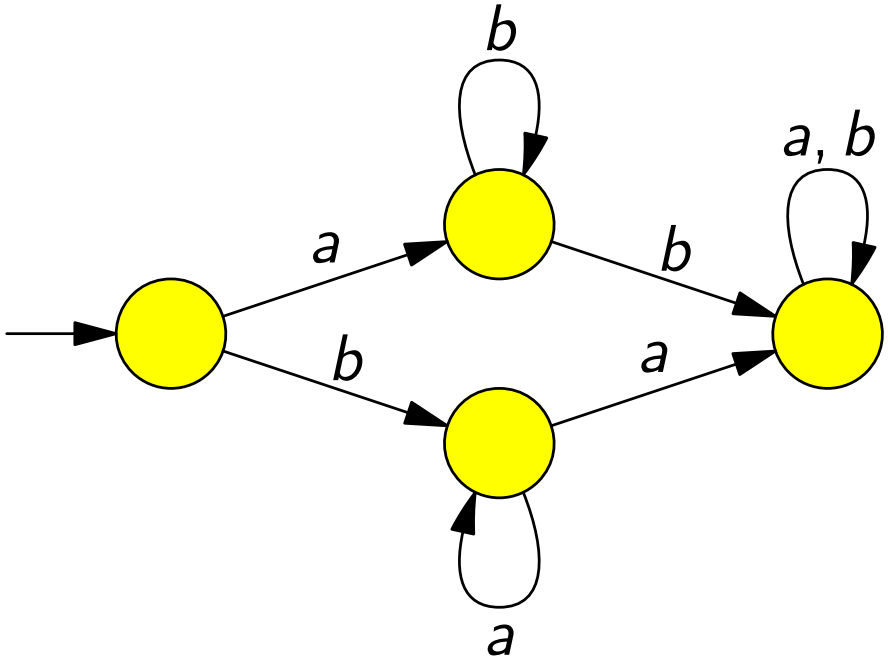
Was ist das unsynchronisierte Produkt?



Beispiel



Was ist das unsynchronisierte Produkt?



Das Mutual-Exclusion-Problem (Mutex)

```
while(true) {
  /* non critical */
  u:=1;
  while(x=1) { }
  /* critical section */
  u:=0;
}
```

```
while(true) {
  /* non critical */
  x:=1;
  while(u=1) { }
  /* critical section */
  x:=0;
}
```

Nur ein Programm darf sich in der *critical section* befinden.

Modellierung des Prozesses P_0:

```
while(true) {
  /* non critical */
  u:=1;
  while(x=1) { }
  /* critical section */
  u:=0;
}
```