Formale Systeme, Automaten, Prozesse, SS 2020
Prof. Dr. P. Rossmanith
J. Dreier, T. Hartmann, H. Lotze, D. Mock

Datum: 6.07.2020

Übungsblatt 13

Aufgabe T36

Gegeben ist die CFG $G = (N, T, P, S)$ mit $N = \{A, B, S\}$, $T = \{a, b\}$ und den Produktionen

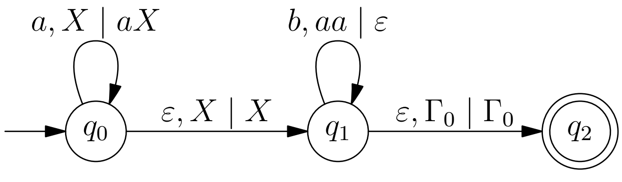
$$\begin{aligned} S &\to aBS \mid bAS \mid \epsilon \\ A &\to bAA \mid a \\ B &\to aBB \mid b. \end{aligned}$$

a) Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten, welcher $pre^*(\{abba\})$ erkennt.

b) Gibt es ein $\alpha \in L\left((aSb)^+\right)$ mit $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$?

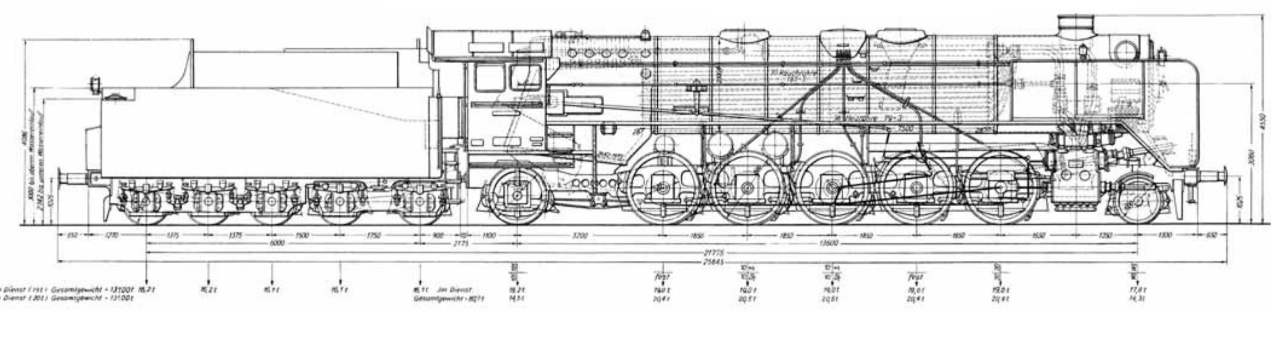
Aufgabe T37

Wir erweitern das Konzept des Kellerautomaten zu einem Tiefgaragenautomat. Dabei lassen wir zusätzlich noch Transitionen der Art $\xrightarrow{x,\alpha|\beta}$ zu, wobei $x \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, $\alpha \in \Gamma^+$ und $\beta \in \Gamma^*$. Ein Tiefgaragenautomat kann also nicht nur das oberste Symbol, sondern beliebig lange Wörter, beginnend mit dem obersten Symbol, von dem Keller nehmen. Insgesamt gibt es endlich viele Transitionen. Folgender Automat ist ein solcher Tiefgaragenautomat.



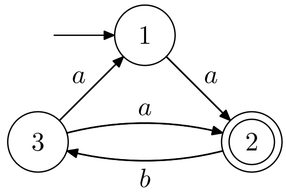
Zeigen oder widerlegen Sie: Es gibt eine Sprache über einem beliebigen Alphabet, die nicht kontextfrei ist, aber von einem Tiefgaragenautomat erkannt wird.

Aufgabe T38



Aufgabe T39

Ermitteln Sie anhand einer geeigneten Methode einen regulären Ausdruck, der die vom unten abgebildeten Automaten erkannte Sprache beschreibt.



Aufgabe H42 (10 Punkte)

Gibt es eine natürliche Zahl N, so daß es für jede reguläre Sprache einen nichtdeterministischen endlichen Automaten gibt (ohne ϵ-Kanten), der diese erkennt und höchstens N Endzustände besitzt.

Beantworten Sie dieselbe Frage auch für deterministische endliche Automaten. (Dies ist der schwierigere Teil.)

Aufgabe H43 (10 Punkte)

Gegeben ist eine kontextfreie Grammatik G in Greibach-Normalform. Das Verfahren der Vorlesung konstruiert aus G einen Kellerutomaten M. Für manche G ist M deterministisch, für andere nicht.

Finden Sie eine einfache Bedingung für G, die hinreichend und notwendig dafür ist, daß M deterministisch ist.

Beweisen Sie Ihre Antwort gründlich (wie immer).

Aufgabe H44 (10 Punkte)

Eine Funktion $f\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ heißt *eventually periodic*, wenn es Zahlen n und m gibt, so dass $f(i+m) = f(i)$ für alle $i > n$ gilt.

Sei $f\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ eine Funktion so dass $L = \{\, w \mid |w|_a = f(|w|_b) \,\}$ eine reguläre Sprache ist. ($|w|_a$ ist die Anzahl der a's in w.)

a) Beweisen Sie, dass f beschränkt ist, das heißt, dass es ein B gibt, mit $f(n) < B$ für alle n. (Hinweis: Nehmen Sie das Gegenteil an und wenden Sie das Pumping-Lemma auf Wörter der Form $a^{f(n)}b^n$ an.)

b) Beweisen Sie, dass f *eventually periodic* ist.