Formale Systeme, Automaten, Prozesse, SS 2020

Prof. Dr. P. Rossmanith
J. Dreier, T. Hartmann, H. Lotze, D. Mock

Datum: 8.6.2020

Übungsblatt 09

Aufgabe T24

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei, welche nicht? Beweisen Sie jeweils Ihre Behauptung.

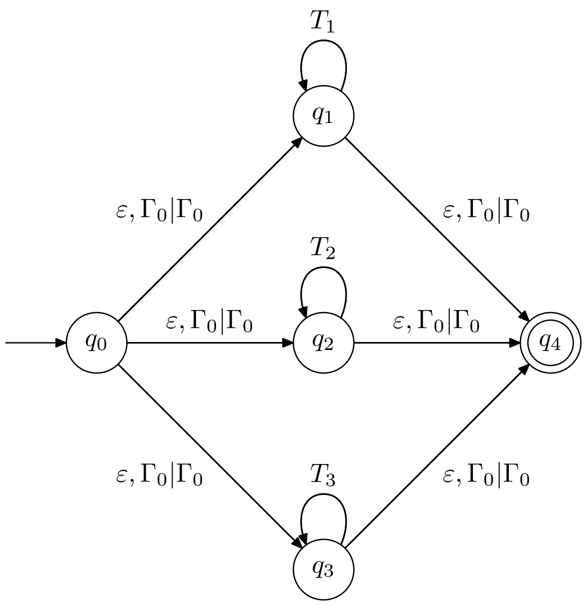
1. $L_1 = \{\, a^i b^j c^k \mid i + j = k \,\}$
2. $L_2 = \{\, a^i b^j c^k \mid ij = k \,\}$
3. $L_3 = \{\, pp \mid p \in \{a, b\}^* \,\}$
4. $L_4 = \{\, pqp^R \mid |p| = |q|, p, q \in \{a, b\}^* \,\}$

Aufgabe T25

Es sei $L = \{\, a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k \,\}$. Geben Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten an, der L mit Endzuständen akzeptiert.

Aufgabe T26

Welche Sprache $L(M)$ erkennt der folgende Kellerautomat? Beweisen Sie Ihre Behauptung. Die Transitionsmengen T_1, T_2, T_3 sind aus der entsprechenden Spalte der Tabelle zu entnehmen.



T_1:	T_2:	T_3:
$a, a\|aa$	$b, b\|bb$	$a, a\|aa$
$b, b\|bb$	$c, c\|cc$	$c, c\|cc$
$a, b\|\varepsilon$	$b, c\|\varepsilon$	$c, a\|\varepsilon$
$b, a\|\varepsilon$	$c, b\|\varepsilon$	$a, c\|\varepsilon$
$a, \Gamma_0\|a\Gamma_0$	$b, \Gamma_0\|b\Gamma_0$	$c, \Gamma_0\|c\Gamma_0$
$b, \Gamma_0\|b\Gamma_0$	$c, \Gamma_0\|c\Gamma_0$	$a, \Gamma_0\|a\Gamma_0$
$c, X\|X$	$a, X\|X$	$b, X\|X$

Aufgabe H30 (10 Punkte)
Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei, welche nicht? Geben Sie hierfür eine kontextfreie Grammatik oder einen Kellerautomaten an oder beweisen Sie, dass die Sprache nicht kontextfrei ist.

1. $L_1 = \{ a^i b^j a^k b^\ell \mid i + j = k + \ell \}$
2. $L_2 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$,
3. $L_3 = \{w_1 \dots w_{2m} \mid m \geq 0;\ w_i \in \{a, b, c\}, w_{i+m} \in \{a, b, c\} \setminus \{w_i\}$ für alle $i \in \{1, \dots, m\}\}$.

Aufgabe H31 (10 Punkte)
Für ein Wort w und ein Zeichen a bezeichne $|w|_a$ dabei die Anzahl von a in w.

$$L := \{ w \in \{a, b, c\}^* \mid w = uv \text{ mit } 3|u|_a = |v|_b + |v|_c \vee |u|_c = 2|v|_a \} \subseteq \{a, b, c\}^*$$

a) Geben Sie einen Kellerautomaten für L an.

b) Beweisen Sie die Korrektheit und Vollständigkeit des Automaten.

Aufgabe H32 (10 Punkte)
In der Vorlesung haben wir PDAs wie folgt definiert:
Ein *Kellerautomat* (PDA) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Gamma_0, F)$ ist ein 7-Tupel, wobei

- Q die endliche Menge der *Zustände*,
- Σ das *Eingabealphabet*,
- Γ das *Kelleralphabet*
- $\delta\colon Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$, wobei jedes Bild eine *endliche* Menge von Paaren ist, die *Übergangsfunktion*
- $q_0 \in Q$ der *Startzustand*
- $\Gamma_0 \in \Gamma$ das *Kellerbodensymbol*
- $F \subseteq Q$ die Menge der Endzustände.

Wenn wir die Zustandsübergangsfunktion wie untenstehend verändern, ändert sich dann die Menge der Sprachen, die von solchen Automaten akzeptiert werden, wenn das Akzeptanzkriterium ein leerer Keller ist? Falls ja, geben Sie eine möglichst präzise Charakterisierung dieser Menge an Sprachen an.

> $\delta\colon Q \times \Sigma \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$, wobei jedes Bild eine *endliche* Menge von Paaren ist, die *Übergangsfunktion*