

Übungsblatt 06

Aufgabe T18

Entwerfen sie für die folgenden Sprachen L_i jeweils eine kontextfreie Grammatik, die L_i erzeugt.

- $L_1 = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbf{N} \}$ über dem Alphabet $\{a, b\}$
- $L_2 = \{ w \in \Sigma^* \mid w = w^R \}$, die Sprache der Palindrome über $\Sigma = \{a, b\}$
- $L_3 = \{ w \in \Sigma^* \mid w \neq w^R \}$, die Sprache der Nicht-Palindrome über $\Sigma = \{a, b\}$
- L_4 , die Sprache der Texte über dem Alphabet $\{a, \dots, Z, 0, \dots, 9, \langle \mathbf{b} \rangle, \langle / \mathbf{b} \rangle, \langle \mathbf{i} \rangle, \langle / \mathbf{i} \rangle\}$ mit $\langle \mathbf{i} \rangle$ *italic*- und $\langle \mathbf{b} \rangle$ **boldface**-Tags. Achten Sie darauf, dass die Tags vernünftig geschachtelt sind. Zum Beispiel ist $\langle \mathbf{b} \rangle \langle \mathbf{i} \rangle \langle / \mathbf{b} \rangle \langle / \mathbf{i} \rangle$ nicht gültig.

Aufgabe T19

Erstellen Sie Ableitungsbäume und Linksableitungen für die Grammatik

$$S \rightarrow ABS \mid B, \quad A \rightarrow AB \mid a, \quad B \rightarrow AS \mid BS \mid b \mid \epsilon$$

und die Wörter aba und $ababb$. Ist diese Grammatik eindeutig?

Aufgabe T20

Gegeben sei die Grammatik mit den Produktionen

$$S \rightarrow aA \mid bB \mid SAB, \quad A \rightarrow Sa \mid b, \quad B \rightarrow BA \mid AS \mid ab.$$

Benutzen Sie einen saturierten NFA für eine geeignete Sprache L , um anhand von $pre_G^*(L)$ zu überprüfen, ob G das Wort $ababba$ erzeugen kann.

Bilden Sie zwei Gruppen, um zu untersuchen, ob die folgenden α auf $ababba$ ableitbar sind. Die erste Gruppe soll dies anhand der Grammatik G selbst, die zweite anhand von $pre_G^*(L)$ erledigen: (a) $\alpha = aSA$, (b) $\alpha = BBa$, (c) $\alpha = bBAS$, (d) $\alpha = aA$, (e) $\alpha = B$, (f) $\alpha = Ba$, (g) $\alpha = BA$, (h) $\alpha = AS$

Aufgabe H16 (10 Punkte)

Konstruieren Sie einen minimalen NFA für die Sprache

$$(ab + bc + ca)^* \cap (abc + bab + cba)^* \cap (abca + bc + caba)^*$$

und geben Sie das Ergebnis auch als einen regulären Ausdruck an.

Aufgabe H17 (10 Punkte)

Sei G die folgende kontextfreie Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BDA \mid DAC \mid DC \\ A &\rightarrow SA \mid aA \mid a \mid d \mid b \\ B &\rightarrow \epsilon \mid Sc \mid cD \mid AD \\ C &\rightarrow aD \mid dA \mid bC \mid a \mid d \mid b \\ D &\rightarrow BS \mid cC \mid aA \end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie die unerreichbaren Symbole von G . Die unerreichbaren Symbole sind definiert als $\{ A \in N \mid \text{es gibt kein } \alpha A \beta \in (N \cup T)^* \text{ mit } S \xRightarrow{*} \alpha A \beta \}$.
- b) Die unproduktiven Symbole einer Grammatik sind definiert als:

$$\{ A \in N \mid \text{es gibt kein } w \in T^* \text{ mit } A \xRightarrow{*} w \}$$

Wie lauten die unproduktiven Symbole von G ?

- c) Gilt $L(G) = \emptyset$?
- d) Gilt $\epsilon \in L(G)$?
- e) Die nullierbaren Symbole einer Sprache sind alle Symbole, die sich nach ϵ ableiten lassen. Wie lauten die nullierbaren Symbole von G ?
- f) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G' an, so dass $L(G') = L(G)$. Hierbei darf G' keine unproduktiven, unerreichbaren oder nullierbaren Symbole enthalten.

Aufgabe H18 (10 Punkte)

Die Menge aller korrekten aussagenlogischen Formeln werden über dem Terminalalphabet $\Sigma = \{ (,), \wedge, \vee, \neg, 0, 1 \}$ gebildet. Ihre Aufgaben sind die folgenden.

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, deren Sprache genau alle korrekt gebildeten aussagenlogischen Formeln enthält.
2. Modifizieren Sie die Grammatik aus der obigen Teilaufgabe so, dass Sie nur noch jene Formeln enthält, deren Wahrheitswert 1 ist.
3. Geben Sie auf der Basis ihrer in Teilaufgabe 2 gebildeten Grammatik Ableitungsbäume für folgende aussagenlogischen Formeln an: $\neg 0 \wedge 1, \neg(\neg 1 \wedge 0)$

Erklären Sie ausführlich, wie Ihre Grammatik aus Teilaufgabe 2 funktioniert. Testen Sie ihre Grammatik aus Aufgabenteil 2 eigenständig auf weiteren aussagenlogischen Formeln, insbesondere solchen, die zu 0 evaluiert werden müssten.

Achten Sie insbesondere auf die Präzedenzen in aussagenlogischen Formeln: \neg bindet am stärksten, gefolgt von \wedge und \vee .