Reguläre Ausdrücke

Definition

Es sei Σ ein Alphabet.

1. $\emptyset$ ist ein regulärer Ausdruck.
2. ϵ ist ein regulärer Ausdruck.
3. a ist ein regulärer Ausdruck, falls $a \in \Sigma$.
4. rs ist ein regulärer Ausdruck, falls r und s reguläre Ausdrücke sind.
5. $r + s$ ist ein regulärer Ausdruck, falls r und s reguläre Ausdrücke sind.
6. r^* ist ein regulärer Ausdruck, falls r ein regulärer Ausdruck ist.

Definition

Es seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ und $w \in \Sigma^*$.

- $AB := \{\, uv \mid u \in A \text{ und } v \in B \,\}$
- $wA := \{w\}A$ und $Aw := A\{w\}$
- $A^i := \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{falls } i = 0 \\ A & \text{falls } i = 1 \\ AA^{i-1} & \text{falls } i > 1 \end{cases}$
- $A^* := \bigcup_{n \geq 0} A^n$
- $A^+ := \bigcup_{n \geq 1} A^n$

Die Sprache eines regulären Ausdrucks

Definition

Wir ordnen jedem regulärer Ausdruck r seine *Sprache* $L(r)$ zu:

1. $L(\emptyset) = \emptyset$
2. $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
3. $L(a) = \{a\}$
4. $L(rs) = L(r)L(s)$
5. $L(r + s) = L(r) \cup L(s)$
6. $L(r^*) = L(r)^*$

Beispiele

- Der reguläre Ausdruck $0^*(10^*10^*)^*$ bezeichnet die Sprache aller Wörter über $\{0,1\}$, die eine gerade Anzahl von 1en enthalten.
- 1^*0^* sind die Wörter über $\{0,1\}$ die nicht 01 als Unterwort enthalten.
- $(0+(11)^*+(10(1+(00)^*)^*01))^*(0+11+(10(1+00)^*01))^*$ sind die durch drei teilbaren Binärzahlen.