RWTH Aachen | **WS 2016**
Lehrgebiet Theoretische Informatik | Lösungsvorschlag 5
Kuinke–Rossmanith–Sanchez | 23.11.2016

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 13

```
min: 4xkka+4xaka+4xpak+4xaak +
     5xada+5xkda+5xpad+5xkad +
     10xpkd+10xpdk+10xadk+10xkkd;

kap=100;

xkka+xaka <= kap;
xkda+xada <= kap;

xpak+xaak <= kap;
xpdk+xadk <= kap;

xpad+xkad <= kap;
xpkd+xkkd <= kap;

xkka+xkkd = 110;
xpak+xpad = 40;
xada+xadk = 100;

xkka+xkda-xkad = 100;
xada+xaka-xaak = 80;

xkkd+xkad-xkda = 10;
xpad+xpkd-xdk = 20;

xadk+xaak-xaka = 20;
xpak+xpdk-xpkd = 20;
```

Tutoraufgabe 14

```
        x1       x2
  z   -3.00    -2.00      0.00
 x3    1.00     2.00   1000.00
 x4    3.00     1.00   1000.00

        x4       x2
  z    1.00    -1.00   1000.00
 x3   -0.33     1.67    666.67
```

```
x1      0.33      0.33   333.33

        x4        x3
 z      0.80      0.60  1400.00
x2     -0.20      0.60   400.00
x1      0.40     -0.20   200.00
```

Eine optimale Lösung ist $x_1 = 200$ und $x_2 = 400$, welche $z = 1400$ erzielt.

Tutoraufgabe 15

a) Natürlich ist $x = 0$ ein geeigneter Wert, denn dann ist $Ax = 0 \leq b$.

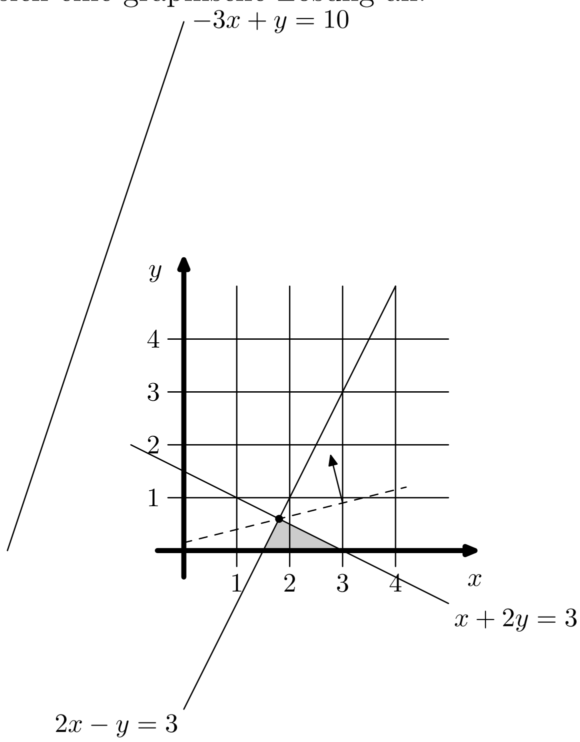
b) Wir verwenden folgendes lineare Programm:

$$\begin{aligned}&\text{Minimiere } (1\,1\ldots1)s' \text{ unter}\\ &Ax + Is - Is' = b\\ &s, s' \geq 0\end{aligned}$$

Genau falls es ein x gibt, mit $Ax \leq b$, dann ist der optimale Wert 0. Dann ist $s' = 0$ und $Ax + Is = b$, also insbesondere $Ax \leq b$ (denn $s \geq 0$).

Hausaufgabe 8

Für die Lösung bietet sich eine graphische Lösung an.



Um den genauen Wert zu finden, müssen wir also entweder alle drei Ecken des Lösungsraums (hier: graues Dreieck) vergleichen oder aber die Zielfunktion so weit verschieben, daß sie auf dem Lösungsraum maximale Werte annimmt. Dies ist oben graphisch durch den Pfeil dargestellt.

Um den genauen Schnittpunkt zu erhalten, benötigen wir den Schnittpunkt der Geraden $x + 2y = 3$ und $2x - y = 3$, den man berechnen muß. Diesen ermittelt man leicht als $(1.8, 0.6)$. Vergleicht man den Wert der Zielfunktion mit dem der beiden anderen Ecken, sieht man leicht, daß dieser Schnittpunkt den optimalen Wert der Zielfunktion liefert, welcher 0.6 ist.

Hausaufgabe 9 (10 Punkte)

	x1	x2	
z	-2.00	-6.00	0.00
x3	1.00	4.00	40.00
x4	1.50	3.00	36.00
x5	3.00	1.50	42.00

	x1	x3	
z	-0.50	1.50	60.00
x2	0.25	0.25	10.00
x4	0.75	-0.75	6.00
x5	2.62	-0.38	27.00

	x4	x3	
z	0.67	1.00	64.00
x2	-0.33	0.50	8.00
x1	1.33	-1.00	8.00
x5	-3.50	2.25	6.00

Die optimale Lösung ist also 64 für die Werte $x_1 = 8$ und $x_2 = 8$.