

NAME:

VORNAME:

MATRIKELNUMMER:

RWTH Aachen

SS 2016

Lehrgebiet Theoretische Informatik

1. Klausur (Gruppe A)

Rossmannith-Hensel-Kuinke-Sánchez

9. August 2016

Klausur zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

Hinweise zu allen Aufgaben: Tragen Sie die Ergebnisse auf dem Aufgabenblatt erst dann ein, wenn Sie mit der Aufgabe fertig sind und den Lösungsweg noch einmal überprüft haben. Wenn das Ergebnis falsch ist, kann gegebenenfalls der Lösungsansatz bewertet werden. Kennzeichnen Sie daher auf den Blankoblättern jeden Lösungsweg eindeutig mit dem jeweiligen Aufgabennummern und -buchstaben. Andernfalls kann der Lösungsansatz nicht berücksichtigt werden. Schreiben Sie deutlich, besonders in den Ergebniskästen; unleserliches wird nicht gewertet! Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Ein Treap habe die Schlüssel A, B, C, D, E, F mit den Prioritäten 50, 25, 27, 20, 99, 13.

- a) Wie sieht er aus? (Kleinere Prioritäten oben.)
- b) Wie sieht er aus, wenn D gelöscht wird?
- c) Wie sieht er aus, wenn D wieder mit Priorität 50 eingefügt wird?

--	--	--

(a)

(b)

(c)

Aufgabe 2 (17 Punkte)

Konstruieren Sie einen optimalen Suchbaum für die Schlüssel A, B, C und D . Auf diese werde mit den Wahrscheinlichkeiten 0.3, 0.2, 0.1 und 0.4 zugegriffen.

Erstellen Sie dazu die Tabellen für $w_{i,j}$ und $e_{i,j}$.

$w_{i,j}$	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

$e_{i,j}$	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

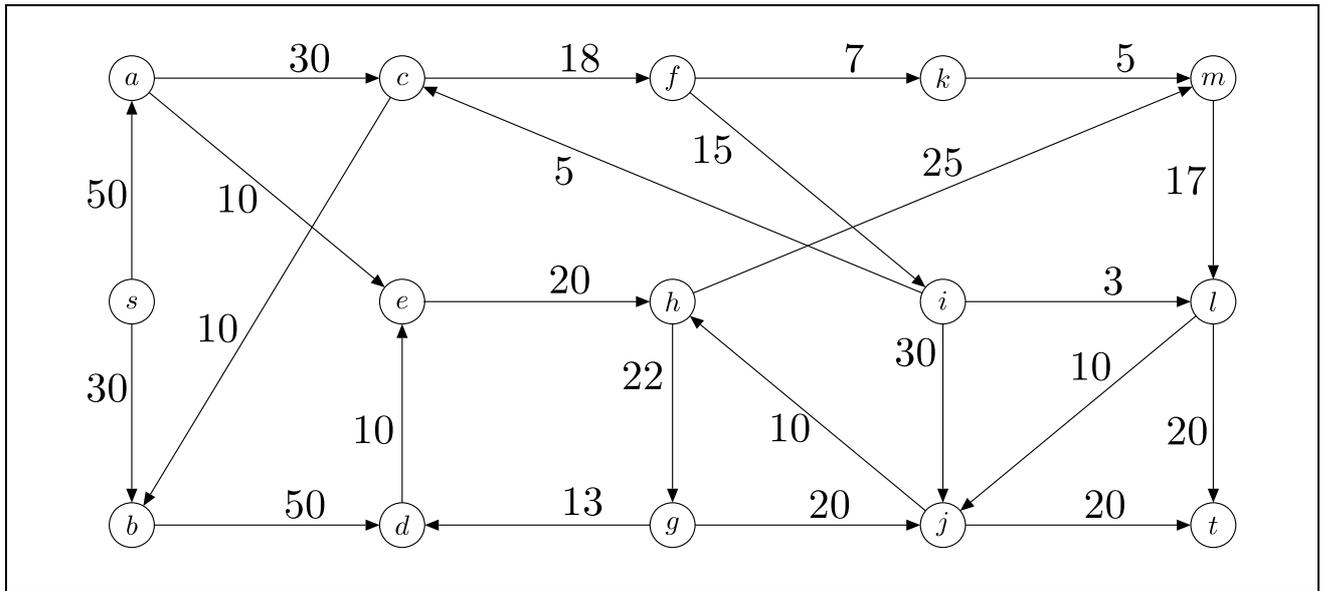
Suchbaumskizze

Wieviele Vergleiche hat im Durchschnitt eine erfolgreiche Suche?

Wieviele Vergleiche hat eine Suche nach dem Schlüssel F ?

Aufgabe 3 (18 Punkte)

Es sei folgendes Flußnetzwerk gegeben:



- Was ist die Kapazität des Schnitts $(\{s, a, b, c, d, e, f, h, g\}, \{k, i, j, m, l, t\})$?
- Finden Sie einen maximalen Fluss und zeichnen Sie diesen in das Netzwerk ein.
- Was ist der Wert Ihres Flusses?
- Geben Sie einen Schnitt mit minimaler Kapazität an:
 (,) .
- Wie groß ist die Kapazität dieses Schnitts?
- Welche Knoten bilden die größte starke Zusammenhangskomponente?

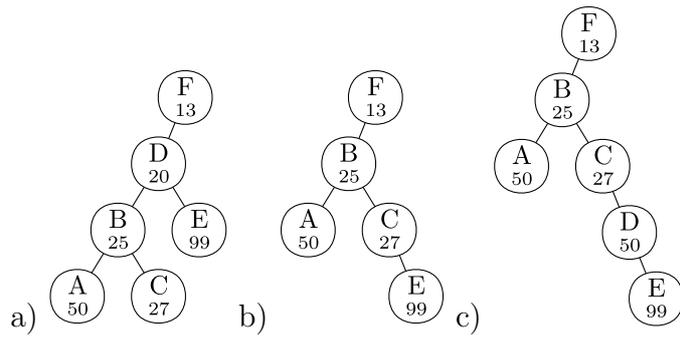
Aufgabe 4 (22 Punkte)

Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{N}^{n \times n}$ aus natürlichen Zahlen mit n Zeilen und Spalten. Diese hat folgende Eigenschaft: In jeder Zeile sind die Zahlen von links nach rechts und in jeder Spalte von oben nach unten sortiert.

6	7	11	15	17	18	21	27
14	20	21	23	31	33	41	46
22	30	38	42	46	54	57	59
25	33	43	50	51	59	66	71
31	34	45	57	61	66	68	79
37	41	52	58	62	73	78	80
43	49	54	61	66	74	83	88
48	57	59	64	71	76	85	89

- Entwerfen Sie einen Algorithmus, der beantwortet, ob eine Zahl in solch einer Matrix enthalten ist. Er muss asymptotisch schneller als eine lineare Suche sein.
- Beweisen Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- Wenn mit Ihrem Algorithmus auf der angegebenen Matrix nach 25 gesucht wird, welche Werte aus der Matrix werden gelesen? Kreiseln Sie diese ein.
- Jetzt suchen wir nur in einem Band der Breite b um die Hauptdiagonale. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der dort nach einer Zahl in $O(\log n + b \log b)$ Zeit suchen kann und beschreiben Sie ihn ausführlich. In der Beispielmatrix ist solch ein Band durch fettgedruckte Zahlen hervorgehoben.

Lösung Aufgabe 1



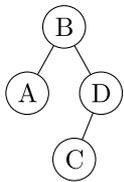
Lösung Aufgabe 2

$W \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

0.3 0.5 0.6 1.0
 0.0 0.2 0.3 0.7
 0.0 0.0 0.1 0.5
 0.0 0.0 0.0 0.4

$E \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

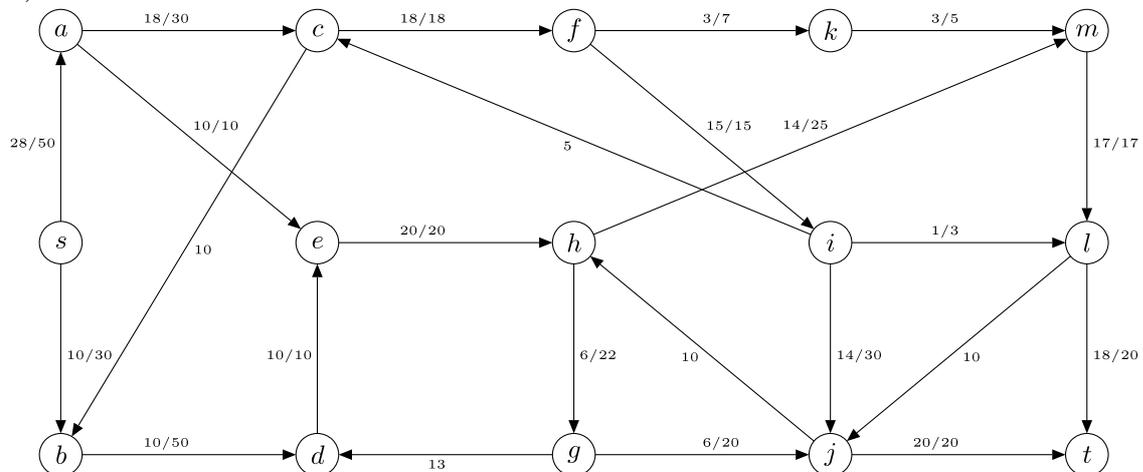
0.3 0.7 1.0 1.9
 0.0 0.2 0.4 1.1
 0.0 0.0 0.1 0.6
 0.0 0.0 0.0 0.4



Lösung Aufgabe 3

a) 42

b)



c) 38, d) $(\{s, a, b, c, d, e\}, \{f, \dots, m, t\})$, e) 38, f) d, e, h, g, j, m, l

Lösung Aufgabe 4