

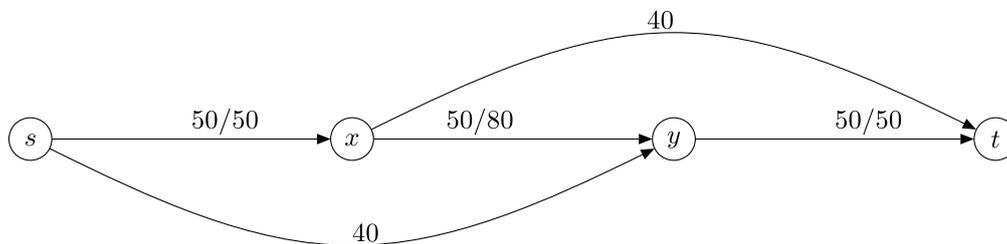
Übungsblatt 09

Aufgabe T31

Beweisen Sie den zweiten Punkt von Lemma A: $f(X, Y) = -f(Y, X)$ für $X, Y \subseteq V$, falls f ein Fluss für $G = (V, E)$ ist.

Aufgabe T32

Gegeben ist folgendes Flussnetzwerk G und ein zugehöriger Fluss f . Wie sieht das Residualnetzwerk G_f aus? Was ist der maximale Fluss?



Aufgabe T33

Wieder einmal wollen wir in einem gerichteten Graphen feststellen, ob es mindestens zwei kantendisjunkte Pfade von einem Knoten s zu einem Knoten t gibt.

Wie lässt sich dieses Problem als Flussproblem modellieren und lösen?

Wenden Sie Ihre Erkenntnisse auf das Gegenbeispiel an, welches Sie letzte Wochen zum naiven Vorgehen fanden.

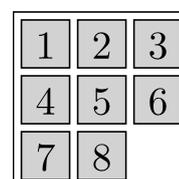
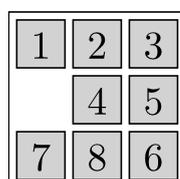
Aufgabe T34

Wir betrachten folgenden ungerichteten Graphen: Die Knoten sind die Zahlen $\{1, 2, 3, 4\}$ und es gibt Kanten zwischen allen Knotenpaaren. Darüber hinaus hat eine Kante zwischen den Knoten i und j das Gewicht $(i + j)^2$.

Führen Sie den Algorithmus von Dijkstra auf diesem gewichteten Graphen aus, wobei Sie 1 als Startknoten verwenden. Geben Sie alle Zwischenschritte an.

Aufgabe H25 (7+1+2 Punkte)

Das „Neunerschiebepuzzle“ besteht aus acht beweglichen Feldern in einer 3×3 -Matrix. Jeweils eine der neun Positionen ist frei und ein an die freie Position angrenzendes Feld kann in diese hineingeschoben werden. Dies nennen wir einen „Zug“.



Ziel des Spiels ist es, die rechts gezeigte Position zu erreichen. Wir können uns nun einen ungerichteten Graphen vorstellen, dessen Knoten die Positionen dieses Spiels sind. Zwei Positionen sind durch eine Kante verbunden, wenn ein Zug sie ineinander überführt.

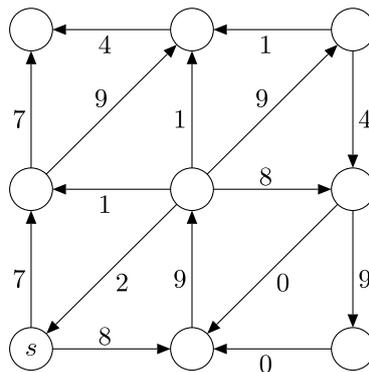
Wir können eine Breitensuche auf diesen Graphen beginnen, ohne ihn vorher komplett zu konstruieren. Führen Sie eine solche Breitensuche auf dem links gezeigten Startknoten aus und brechen Sie sie ab, sobald die Zielposition erscheint.

- Zeichnen Sie den bis dahin entstandenen Breitensuchbaum auf.
- Können Sie jetzt eine kürzestmögliche Lösung des Rätsels aus diesem Baum ablesen?
- Ist es in dieser und ähnlichen Situationen Ihrer Meinung nach besser eine Tiefen- oder eine Breitensuche durchzuführen?

Aufgabe H26 (10 Punkte)

Finden Sie die kürzesten Wege zu allen Knoten vom Startknoten s , indem Sie den Algorithmus von Dijkstra verwenden.

Geben Sie dazu die resultierenden Distanzen von s zu allen Knoten an, indem Sie diese in die Knoten des Graphen eintragen. Markieren Sie außerdem jede Kante, die zu einem kürzesten Weg von s aus gehört.



Aufgabe H27 (10 Punkte)

Wenden Sie die Ford–Fulkerson-Methode auf das folgende Flussnetzwerk an. Zeichnen Sie nach jeder Augmentierung das resultierende Residualnetzwerk.

