RWTH Aachen **SoSe 2007**
Lehrgebiet Theoretische Informatik
Kneis—Mölle—Richter—Rossmanith 09.10.2007

Klausur zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

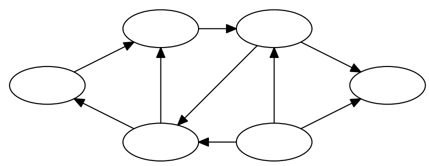
Aufgabe 1 (5+5 Punkte)

a) Beweisen oder widerlegen Sie: Der Mergesort-Algorithmus aus der Vorlesung arbeitet *in-place*, benötigt also neben dem Eingabe-Array nur eine feste Menge zusätzlicher Variablen und Array-Elemente.

b) Beweisen oder widerlegen Sie: Es gibt ein Sortierverfahren, bei dem Schlüssel allein durch Vertauschungen benachbarter Array-Elemente bewegt werden und das auf n-elementigen Arrays im Durchschnitt nur Zeit $O(n \log n)$ benötigt. Wir wollen hierbei annehmen, daß alle Array-Elemente verschieden sind und jede Permutation mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei der hier abgebildete Graph G.
(a) Führen Sie auf G eine Tiefensuche durch. Ermitteln Sie hierbei die Anfangs- und Endzeiten sowie die Kantentypen. (b) Wie kann man mit Tiefensuche herausfinden, ob ein gerichteter Graph kreisfrei ist? (c) Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten von G an (ohne Begründung)!



Aufgabe 3 (10 Punkte)

Fügen Sie die Elemente $8, 5, 12, 7, 10$ in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren Splay-Baum ein und notieren Sie dabei jeden Zwischenschritt. Was geschieht, wenn wir abschließend nach der 11 suchen?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Beweisen Sie das folgende Theorem aus der Vorlesung:
Ein AVL-Baum der Höhe h besitzt zwischen F_h und $2^h - 1$ viele Knoten.

b) Beweisen Sie mit (a) das folgende Theorem aus der Vorlesung:
Die Höhe eines AVL-Baums mit n Knoten ist $\Theta(\log n)$.

Zur Erinnerung: F_h sind die Fibonacci-Zahlen mit $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ und $F_h = F_{h-1} + F_{h-2}$ für $h \geq 2$. Es gilt $F_h = \Theta(\phi^h)$ mit $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$.

* * * Viel Erfolg! * * *