RWTH Aachen
Lehrgebiet Theoretische Informatik
Rossmanith–Hensel–Kuinke–Sánchez

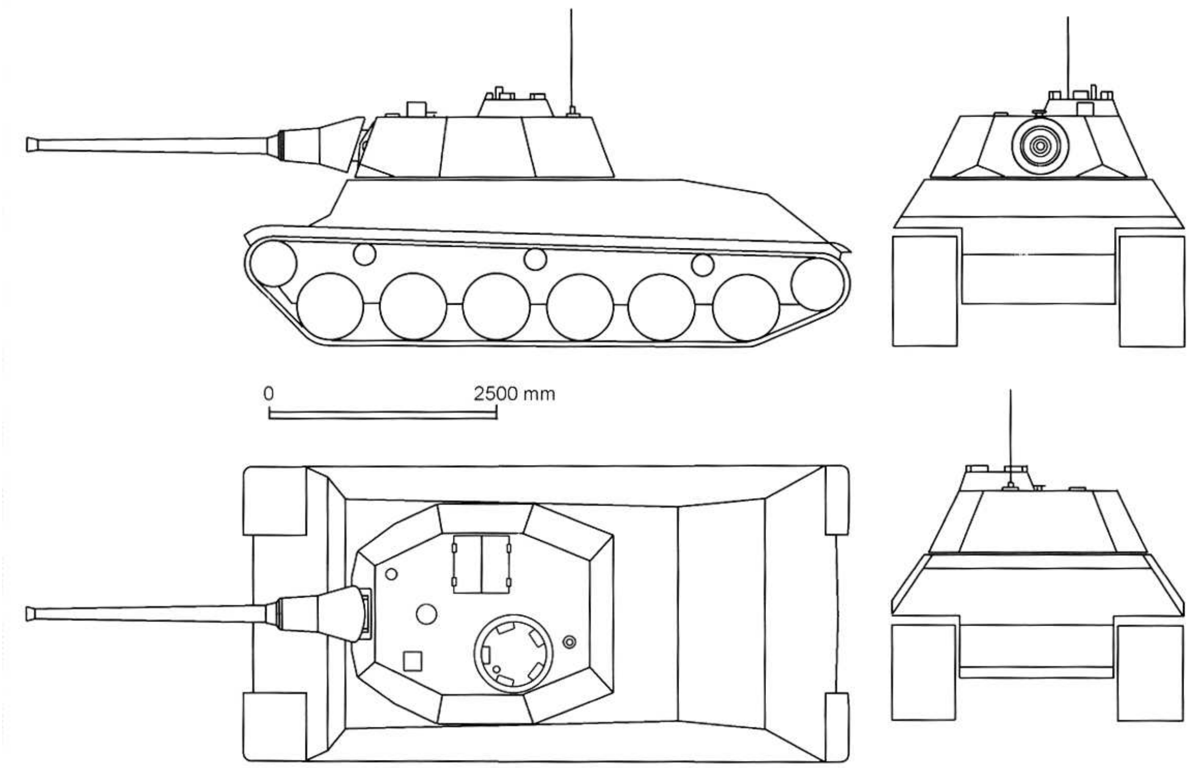
SS 2016
Blatt 13
18. Juli 2016

Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

Aufgabe T39

Sammeln Sie Fragen zum Vorlesungsinhalt an der Tafel und versuchen Sie diese gemeinsam zu beantworten.

Aufgabe T40



Aufgabe T41

Beweisen Sie folgendes Lemma für 2¢- und 5¢-Münzen: „Sei C eine Münze und v ein Betrag, der mindestens so groß ist wie der Wert von C. Dann ist es suboptimal, den Betrag v mit Münzen kleiner als C auszudrücken.“
Hinweis: Es gibt auch 1¢-Münzen.

Aufgabe T42

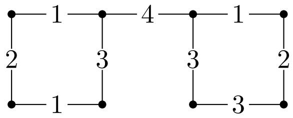
Gegeben ist ein Baum mit n Knoten. Jeder Knoten v hat ein nicht-negatives Gewicht $w(v)$. Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, welcher eine unabhängige Knotenmenge (paarweise keine Kanten, auch Independent Set genannt) mit maximalem Gewicht findet.
Das Gewicht einer Knotenmenge ist die Summe der Gewichte der einzelnen Knoten.
Wie schnell ist Ihr Algorithmus und wieviel Speicher benötigt er?

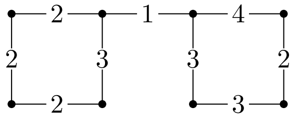
Aufgabe H37 (0 Punkte; wird nicht korrigiert)

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $F \subseteq E$ eine Kantenmenge. Wir sagen, F enthält pro Komponente nur einen Kreis genau dann, wenn jede Zusammenhangskomponente von $G = (V, F)$ nur einen Kreis enthält.

Finden Sie ein Verfahren mit Laufzeit $O(m \log n)$, welches für einen gegebenen, kantengewichteten Graphen $G = (V, E)$ mit $n = |V|$ Knoten, $m = |E|$ Kanten und einer Gewichtsfunktion $w\colon E \to \mathbf{N}$ eine Kantenmenge $F \subseteq E$ maximalen Gewichts findet, so daß F pro Komponente höchstens einen Kreis enthält. Beweisen Sie Korrektheit des Algorithmus und die erreichte Laufzeit.

Sie dürfen verwenden, daß $(E, \{\, F \subseteq E \mid F \text{ enthält pro Komponente nur einen Kreis} \,\})$ ein Matroid ist.





Führen Sie Ihren Algorithmus auf den obigen zwei Graphen aus. Wie sieht die optimale Lösung aus?