RWTH Aachen
Lehrgebiet Theoretische Informatik
Rossmanith–Hensel–Kuinke–Sánchez

SS 2016
Lösungsvorschlag 10
27. Juni 2016

Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

Aufgabe T30

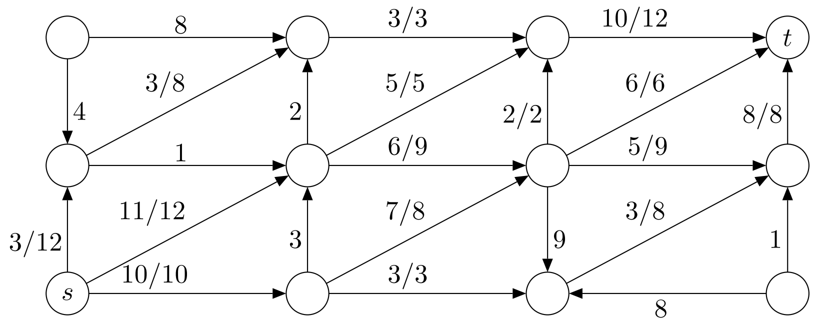
Es herrschen Abhängigkeiten zwischen den Variablen. Wenn in einer Zuweisung für die Variable x der Wert der Variable y auftaucht, gibt es eine Kante zwischen der Zuweisung für y und der für x.

Der Resultierende Graph ist ein DAG und wir können das Problem mittels Topologischen Sortierens lösen.

Eine korrekte Sortierung ist die folgende:

```
c := 5     d := c - 3     a := c - d     y := 5*a     x := y - 2*c
```

Aufgabe T31

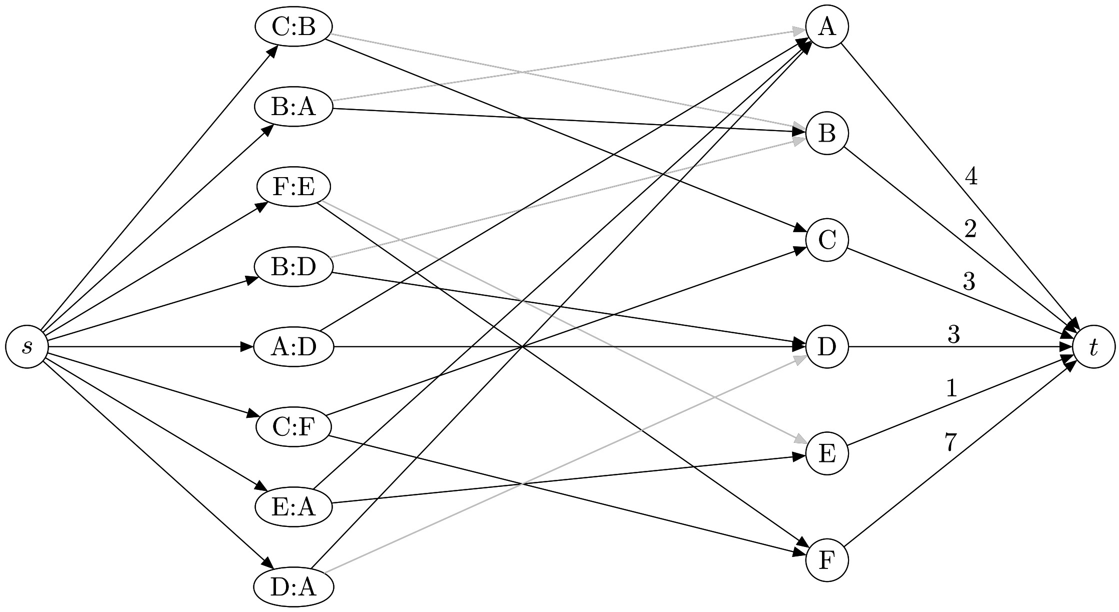


Aufgabe T32

Man kann sich vorstellen, daß in jedes Spiel zwei Punkte reinfließen können, wir möchten diese nun auf die Mannschaften verteilen. Die Punkte, die jede Mannschaft erhalten darf, sind aber beschränkt dadurch, daß die Mannschaften nicht insgesamt mehr Punkte erhalten dürfen als unsere Mannschaft theoretisch maximal erreichen kann (durch Gewinnen jedes Spiels). Da unsere Mannschaft noch vier Spiele spielt und wir davon ausgehen, daß wir jedes Spiel gewinnen, können wir maximal 18 Punkte erreichen. Das bedeutet, daß jede andere Mannschaft höchstens 17 Punkte erreichen darf (man kann argumentieren das es auch Gleichstand geben darf, aber wir wollen einen eindeutigen Gewinner haben).

Falls wir alle aus s ausgehenden Kanten saturieren, können wir tatsächlich alle Punkte verteilen, ohne das eine Mannschaft zu viele Punkte erreicht. Sollte der maximale Fluss nicht alle aus s ausgehenden Kanten saturieren, ist es nicht möglich die Punkte so zu verteilen, daß unsere Mannschaft noch Meister wird.

Die Beispielinstanz hat tatsächlich eine Lösung und theoretisch kann unsere Mannschaft gewinnen. Es gibt einen Fluß mit Wert 16, was den 16 vergebenen Punkten entspricht. Die folgende Zeichnung zeigt, auf welchen Kanten etwas fließt. Daraus kann man ablesen, wie die einzelnen Spiele ausgehen sollen, um keiner Mannschaft mehr als die erlaubte Punktzahl zu gewähren.



Im Spiel C:B beispielsweise fließen beide Punkte zu C, welche also dieses Spiel gewinnt. Im Spiel C:F dagegen fließen je ein Punkt zu C und F, das Spiel endet also unentschieden. Alle 16 Punkte werden so vergeben und keine Mannschaft erhält zu viele Punkte.

Aufgabe H26

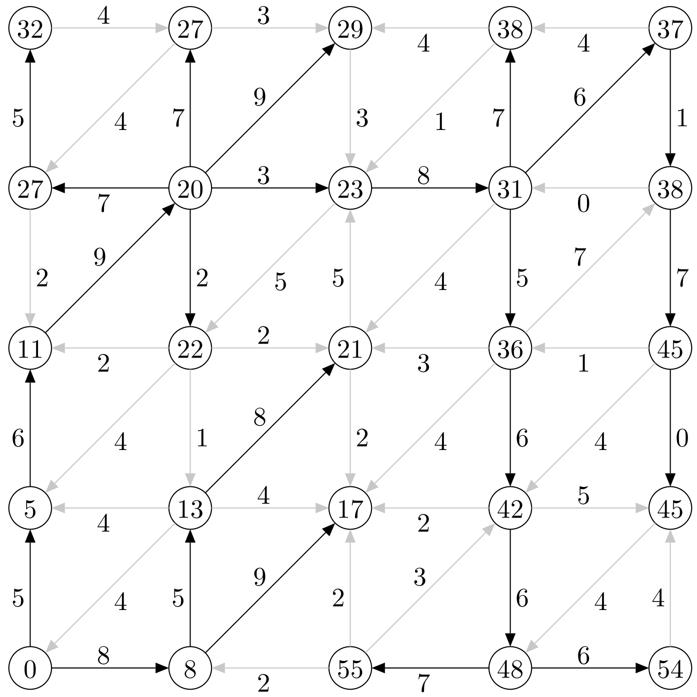
Angenommen der Graph sei nicht zusammenhängend, d.h. es gibt mindestens zwei Komponenten A und B. Eine der beiden Komponenten muß weniger oder genau die Hälfte an Knoten haben. Nehmen wir also an an $|A| \leq \lfloor (n/2) \rfloor$.

Der maximale Knotengrad eines Knoten in der Komponente A kann also höchstens $\lfloor (n/2) \rfloor - 1$ sein.

$$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1 \leq \frac{n}{2} - 1 < \frac{n}{2} - \frac{1}{2} = \frac{n-1}{2}$$

Damit ist gezeigt, daß die geforderte Bedingung, daß jeder Knoten Grad $(n-1)/2$ besitzt nicht erfüllt sein kann. Also muß der Graph zusammenhängend sein.

Aufgabe H27



Aufgabe H28