RWTH Aachen | **SoSe 2007**
Lehrgebiet Theoretische Informatik | Blatt 8
Kneis—Mölle—Richter—Rossmanith—Thiemann | 4.6.2007

Übungen zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

T19

Können Sie Quicksort so modifizieren, daß die Worst-Case-Laufzeit von $\Theta(n^2)$ auf $O(n \log n)$ sinkt? Konzentrieren Sie sich auf den Divide-Teil, also nicht auf die Rekursion!

T20

Für die Vorlesung war noch zu zeigen, daß aus der Rekursionsgleichung

$$C_n = n + 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k-1} C_{n-i} + \frac{1}{n}\sum_{i=k+1}^{n} C_{i-1}$$

mit $C_0 = C_1 = 0$ folgt: $C_n \leq 4n$.

a) Zeigen Sie zuerst, daß $\sum_{i=1}^{k-1} C_{n-i} + \sum_{i=k+1}^{n} C_{i-1} \leq 2 \sum_{i=\lceil n/2 \rceil}^{n-1} C_i$ gilt!

b) Beweisen Sie nun die Aussage $C_n \leq 4n$ mittels Induktion!

T21

Was sind die Best-, Average- und Worst-Case-Laufzeiten von Straight-Radixsort? Ist dieses Verfahren stabil? Arbeitet es in-place?

```
procedure Straight-Radix-Sort:
  for i=w,...,1 do
    pos0 ← 1; pos1 ← n+1;
    for k=1,..., n do pos1 ← pos1-A[k,i] od;
    for k=1,..., n do
      if A[k,i]=0 then B[pos0] ← A[k]; pos0 ← pos0+1
                  else B[pos1] ← A[k]; pos1 ← pos1+1 fi
    od;
    A ← B;
  od;
```

H16 (8 Punkte)
Wie schnell lassen sich die folgenden Operationen in gerichteten Graphen $G = (V, E)$ durchführen, wenn diese durch Adjazenzmatrizen bzw. -listen dargestellt sind?

a) Adjazenztest ($(v, w) \in E$?) für zwei Knoten $v, w \in V$

b+c) Knoten einfügen bzw. löschen

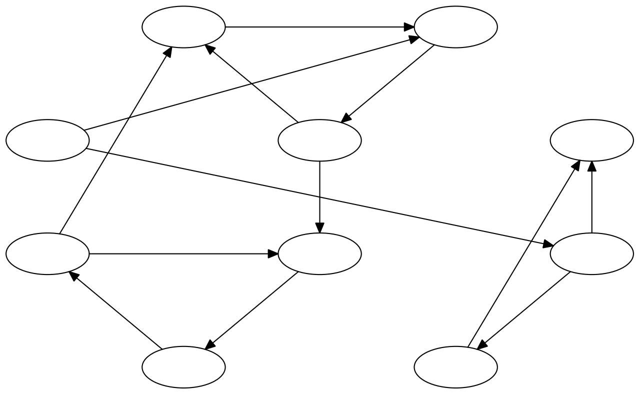
d+e) Kanten zwischen bestehenden Knoten einfügen bzw. löschen

f+g) Alle Vorgänger bzw. Nachfolger eines Knotens $v \in V$ ermitteln

h) Bildung des Komplementgraphen (V, E') mit $E' = (V \times V) \setminus E$

Nehmen Sie hierzu an, daß Matrizen als dynamische zweidimensionale Arrays und Listen als doppelt verkettete Listen gespeichert werden.

H17 (5 Punkte)
Führen Sie auf dem hier abgebildeten Graphen eine Tiefensuche durch. Geben Sie die *discovery*- und *finish*-Zeiten aller Knoten sowie die Typen aller Kanten an.



H18 (10 Punkte)
Entwerfen und analysieren Sie einen Algorithmus, der das folgende Problem in Zeit $O(|V| + |E|)$ löst. Gegeben sind ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl k. Gefragt ist, ob man k Schritte entlang gerichteter Kanten auf G machen kann: Gibt es eine endliche Folge $(v_1, \ldots, v_{k+1}) \in V^{k+1}$, so daß $(v_i, v_{i+1}) \in E$ für alle $i \in \{1, \ldots, k\}$?